

CLEAI, matematica generale, primo semestre 2003-2004: tentativo di programma

Elenco degli argomenti che si tratteranno nel corso:

Linguaggio degli insiemi: Operazioni \cup , \cap , $-$, \times (unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano). L'insieme vuoto \emptyset . Funzioni su insiemi, dominio, codominio e immagine. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzione identità e funzione inversa. Grafico di una funzione. Funzione composta.

Insiemi numerici, in particolare numeri reali: Numeri naturali, interi, razionali e reali (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{R}). Dimostrazione per assurdo: irrazionalità di $\sqrt{2}$. Intervalli limitati e non limitati. Equazioni e disequazioni: principi di equivalenza. Funzione $|\cdot| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (valore assoluto o modulo). Rappresentazione geometrica di \mathbb{R} (retta orientata) e di $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (piano cartesiano). Grafico di funzioni reali di variabile reale ($f : A \rightarrow \mathbb{R}$ con $A \subset \mathbb{R}$) come sottoinsieme di $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Interpretazione di iniettività, suriettività e biunivocità per funzioni reali di variabile reale tramite il loro grafico. Funzioni monotone. Massimi e minimi di una funzione. Grafico di rette e parabole, e loro utilizzo per la soluzione di disequazioni. Differenza tra “risolvere una disequazione” e “studiare il segno di una funzione”. Differenza tra dominio e campo di esistenza (CE) per funzioni reali di variabile reale.

Funzioni elementari: Funzioni polinomiali. Funzioni razionali. Funzione esponenziale (\exp_a) e funzione logaritmo (\log_a) in base $a \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$. Numero e di Nepero come unica base tale che la retta tangente a \exp nel punto $(0, 1)$ ha coefficiente angolare 1.

Limiti: Intorni limitati e non limitati. Punti di accumulazione. Definizione di limite e sua interpretazione sul grafico di una funzione. Definizione di continuità. Utilizzo della continuità per il calcolo dei limiti. Operazioni in $\bar{\mathbb{R}} := \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ (“erre esteso”) e loro applicazione al calcolo dei limiti. Forme indeterminate $+\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, ∞/∞ , $0/0$. Forma leggermente indeterminata $a/0$, con $a \in \bar{\mathbb{R}} - \{0\}$, e sua risoluzione con lo studio del segno. Limiti per sostituzione. Limiti notevoli. Simboli di Landau \sim e o (“tilde” e “o piccolo”). Applicazione dei simboli di Landau al calcolo dei limiti. Applicazioni dei limiti allo studio di funzione: asintoti verticali, orizzontali e obliqui.

Derivate: Rapporto incrementale e sua interpretazione grafica. Definizione di derivata. Derivata come coefficiente angolare della retta tangente. Derivate elementari: funzione potenza, esponenziale e logaritmo. Non derivabilità in 0 delle funzioni valore assoluto e radice. Regole di derivazione: somma, prodotto, rapporto e composizione.

Teoremi utili sulle funzioni continue: Weierstrass, dei valori intermedi, esistenza degli zeri.

Teoremi utili sulle funzioni derivabili: Rolle, Lagrange, condizioni necessarie e/o sufficienti per la monotonia di una funzione, Hôpital, Taylor (senza forme particolari per il resto).

Uso di limiti e derivate per lo studio di funzione: Ricerca di massimi e minimi. Punti estremanti. Convessità e concavità. Punti di flesso.

Ricordo che il corso vuole dotare gli studenti degli strumenti necessari all'extrapolazione di dati dai modelli matematici che si incontrano nello studio di fenomeni economici. In particolare, le competenze minime che verranno richieste in sede d'esame sono il saper disegnare il grafico di una funzione e il suo problema inverso, cioè saper dedurre proprietà della funzione dato il suo grafico. Competenze aggiuntive richieste: studio di funzione come strumento per la determinazione di estremanti, zeri e punti fissi.

Riferimenti bibliografici

[Esercizi] M. Castellani and F. Gozzi. *Matematica di base per l'Economia e l'Azienda. Esercizi e testi d'esame svolti*. Società editrice *Esculapio*, Bologna, prima edizione, 2001. URL: www.editrice-esculapio.it

[Teoria] G. C. Barozzi and C. Corradi. *Matematica generale per le scienze economiche*. Società editrice *Il Mulino*, Bologna, terza edizione, 1999. ISBN: 88-15-07183-0. URL: www.mulino.it